TRABAJO Nº9 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes: MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN

Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:

GRUPO:

Nº aproximado de horas de trabajo:	
Primer alumno	**Segundo alumno**

TEORÍA

1. Definición de producto escalar. Enumeración de las principales propiedades.
2. Definición de subespacio ortogonal a un subespacio vectorial dado. Enunciado de los teoremas más relevantes relativos a la definición anterior.
3. Definición de producto mixto. Interpretación geométrica. Fórmula de cálculo del producto mixto en una base ortonormal.
4. Sistema de referencia ortonormal. Definición de coordenadas cartesianas rectangulares.

CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

☐ En R^3 el subespacio ortogonal al plano 2x-y-z=0 es la recta $\langle(2,-1,-1)\rangle$.

☐ i $\vec{x},\vec{y}$ son vectores de R^3, entonces $\vec{x}\cdot\vec{y}\geq 0$.

☐ Si *t* es una recta perperdicular a otras dos rectas *r*, *s* y $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ son sus respectivos vectores directores, entonces $\{\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$ es un sistema libre.

☐ Si en R^3 dos subespacios vectoriales son ortogonales, entonces uno es una recta y el otro un plano.

FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente al cálculo de ángulos que contenga las siguientes fórmulas:

- ÁNGULOS
  - Ángulo entre dos vectores
  - Ángulo entre dos planos
  - Ángulo entre dos rectas
  - Ángulo entre recta y plano

TRABAJO Nº9   DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos "a mano" aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)

1. Estudiar la posición relativa de las rectas

$$r\equiv\begin{cases}x=1+\lambda\\ y=\lambda\\ z=\lambda\end{cases}\qquad s\equiv\begin{cases}3x+2y-z=1\\ 2x-y+5z=8\end{cases}$$

2. Estudiar la posición relativa de los planos:

$$\pi_1\equiv 3x+2y-z=1,\quad \pi_2\equiv 2x-y+5z=8,\quad \pi_3\equiv x-4y+11z=15$$

3. Dadas las rectas de ecuaciones:

$$r\equiv\begin{cases}ax-2y=a-4\\ 3x-2z=-3\end{cases},\quad s\equiv\begin{cases}3x-az=3-4a\\ 3y-2z=-2\end{cases}$$

   Determinar los valores de a para que r y s sean paralelas y hallar la distancia entre ellas.

4. Hallar la ecuación de la recta que tiene por vector director al vector $\vec{u}=(2,3,0)$ y corta a las rectas:

$$r\equiv\begin{cases}2x-3y-1=0\\ x+y+z=0\end{cases},\quad s\equiv\begin{cases}2x+y-z+3=0\\ x-2y+z+2=0\end{cases}$$

CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En $\mathcal{A}_3$ Se consideran las siguientes referencias **R**=$\{O,\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$, **R'**=$\{O',\vec{u}',\vec{v}',\vec{w}'\}$ donde

   $\overrightarrow{OO'}=\vec{u}+\vec{v}+\vec{w},\ \vec{u}'=-\vec{u}+2\vec{v}+\vec{w},\ \vec{v}'=\vec{u}+\vec{v}-3\vec{w},\ \vec{w}'=\vec{u}+\vec{w}$. Se pide:

   a) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R** a **R'**.
   b) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R'** a **R**.
   a) Si x+2y-z=1 es la ecuación de un plano en la referencia **R**, hallar la ecuación de dicho plano en **R'**.

2. En $\mathcal{A}_3$ se consideran los puntos siguientes:

   O(1,1,1), A(2,1,1), B(2,2,2), C(1,3,1) y O'(1,0,1), A'(1,1,1), B'(-1,1,1), C'(2,-1,2)

   a) Probar **R**=$\{O,A,B,C\}$, **R'**=$\{O',A',B',C'\}$ son dos referencias de $\mathcal{A}_3$.
   b) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R** a **R'**.
   c) Si $x^2+y^2+z^2=1$ es la ecuación de una superficie en la referencia **R**, hallar la ecuación de dicha superficie en **R'**.