TRABAJO Nº6 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes: MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN

Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:

GRUPO:

Nº aproximado de horas de trabajo:	
Primer alumno	**Segundo alumno**

TEORÍA

1. Definición de vectores ortogonales. Enunciado de los teoremas relativos a ortogonalidad.
2. Definición de subespacio ortogonal a un subespacio vectorial dado. Enunciado de los teoremas más relevantes relativos a la definición anterior.
3. Definición de producto mixto. Interpretación geométrica. Fórmula de cálculo del producto mixto en una base ortonormal.
4. Sistema de referencia ortonormal. Definición de coordenadas cartesianas rectangulares.

CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

- ☐ En E_3 dadas dos rectas que se cruzan existe una única recta perpendicular y secante a ambas.
- ☐ El subespacio ortogonal a una recta vectorial es otra recta ortogonal a la dada.
- ☐ Si *t* es una recta perperdicular a otras dos rectas *r*, *s* y $\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ son sus respectivos vectores directores, entonces $\{\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$ es un sistema libre.
- ☐ Si en R^3 dos subespacios vectoriales son ortogonales, entonces uno es una recta y el otro un plano.

FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente a la determinación de paralelismo y perpendicularidad que contenga las siguientes fórmulas:

- PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD (2,
  - Vector $\perp$ a un plano.
  - Vector || a una recta.
  - Condición de perpendicularidad entre dos planos.
  - Condición de paralelismo entre dos planos.
  - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.
  - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.

PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos “a mano” aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)

1. Dados los planos de ecuaciones $\pi_1 \equiv ax+9y-3z = 8$ y $\pi_2 \equiv x+ay-z=0$, se pide hallar el valor de a para que los planos:
   a. sean paralelos
   b. sean perpendiculares

2. Estudiar la posición relativa de las rectas:
$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}, \quad s \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$$

3. Comprobar que las dos rectas siguientes se cruzan y halla laperpendicular común y la distancia entre ellas.
$$r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-6}{-2}, \quad s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{2}$$

4. Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto A(1,1,1), es coplanaria con la recta
$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$$, y es paralela al plano $\pi \equiv -x+2y+z=0$

CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En $\mathcal{A}_3$ Se consideran las siguientes referencias **R**=$\{O,\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$, **R’**=$\{O',\vec{u}',\vec{v}',\vec{w}'\}$ donde
$\overrightarrow{OO'} = \vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{u}' = -\vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{v}' = \vec{u}+\vec{v}-3\vec{w}$, $\vec{w}' = \vec{u}+\vec{w}$. Se pide:
   a) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R** a **R**′.
   b) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R’** a **R**.
   c) Si x+2y-z=1 es la ecuación de un plano en la referencia **R**, hallar la ecuación de dicho plano en **R’**.

2. En $\mathcal{A}_3$ se consideran los puntos siguientes:
O(1,1,1), A(2,1,1), B(2,2,2), C(1,3,1) y O’(1,0,1), A’(1,1,1), B’(-1,1,1), C’(2,-1,2)
   a) Probar **R**=$\{O,A,B,C\}$, **R’**=$\{O',A',B',C'\}$ son dos referencias de $\mathcal{A}_3$.
   b) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R** a **R**′.
   c) Si $x^2+y^2+z^2=1$ es la ecuación de una superficie en la referencia **R**, hallar la ecuación de dicha superficie en **R’**.