

## TRABAJO N°8 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

*Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes:*

**MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN**

**Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.**

**APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:**

**APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:**

**GRUPO:**

**Nº aproximado de horas de trabajo:**

**Primer alumno**

**Segundo alumno**

### TEORÍA

1. Sistema de referencia afín. Definición de vector de posición y de coordenadas de un punto.
2. Definición de subespacios ortogonales. Enunciado de los teoremas relativos a ortogonalidad.
3. Definición de producto vectorial. Interpretación geométrica. Fórmula de cálculo del producto vectorial en una base ortonormal.
4. Definición de distancia en un espacio métrico. Propiedades. Definición de distancia en el espacio métrico  $E_3$ .

### CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

- ☐ En  $E_3$  dadas dos rectas que se cruzan existe una única recta perpendicular y secante a ambas.
- ☐ En  $E_3$  dos rectas perpendiculares siempre se cortan.
- ☐ Dados el plano  $\pi \equiv 3x+y-z+1=0$  y la recta  $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$ , se verifica que  $r$  está contenida en  $\pi$ .
- ☐ Si  $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$ , entonces  $\vec{v} \cdot \vec{w} = \vec{0}$

### FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente al cálculo de áreas y volúmenes que contenga las siguientes fórmulas:

- ÁREAS Y VOLÚMENES
  - Área de un paralelogramo de vértices A;B;C;D.
  - Área de un triángulo de vértices A;B;C.
  - Área de un polígono
  - Volumen de un paralelepípedo.
  - Volumen de un tetraedro.
  - Volumen de una pirámide.

## PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos “a mano” aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

*Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)*

1. Estudiar la posición relativa de las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}, \quad s \equiv (x,y,z) = (0,-1,-1) + \lambda(1,1,2)$$

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y se apoya en las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{1}, \quad s \equiv \frac{x+1}{6} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{1}$$

3. Hallar la proyección ortogonal del triángulo de vértices A(7,0,4), B(2,1,1), C(5,2,2) sobre el plano .

$$\begin{cases} x = 5\lambda - 4\mu \\ y = 3\lambda \\ z = 3\mu \end{cases} \quad \text{y calcular el área del triángulo resultante de la proyección}$$

4. Dado el punto A(1,3,-2) y el plano  $\pi \equiv 2x - y + 2z = 4$

- Hallar la distancia del punto A al plano  $\pi$ .
- Calcular las coordenadas de la proyección de A sobre  $\pi$ .

## CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En  $\mathcal{A}_3$  Se consideran las siguientes referencias  $R = \{O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ ,  $R' = \{O', \vec{u}', \vec{v}', \vec{w}'\}$  donde

$$\vec{OO'} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}, \quad \vec{u'} = -\vec{u} + 2\vec{v} + 3\vec{w}, \quad \vec{v'} = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}, \quad \vec{w'} = \vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}. \text{ Se pide:}$$

- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R$  a  $R'$ .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R'$  a  $R$ .
- Si  $x+2y-z=1$  es la ecuación de un plano en la referencia  $R$ , hallar la ecuación de dicho plano en  $R'$ .

2. En  $\mathcal{A}_3$  se consideran los puntos siguientes:

$$O(1,1,1), A(2,1,1), B(2,0,2), C(1,3,1) \text{ y } O'(1,0,1), A'(1,1,1), B'(-1,1,1), C'(1,-1,2)$$

- Probar  $R = \{O, A, B, C\}$ ,  $R' = \{O', A', B', C'\}$  son dos referencias de  $\mathcal{A}_3$ .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R$  a  $R'$ .
- Si  $x^2+y^2+z^2=1$  es la ecuación de una superficie en la referencia  $R$ , hallar la ecuación de dicha superficie en  $R'$ .