

TRABAJO N°10 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes:

MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN

Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:

GRUPO:

Nº aproximado de horas de trabajo:

Primer alumno

Segundo alumno

TEORÍA

1. Definición de Espacio Afín. Definición de Subespacio afín y tipos de subespacios afines en \mathcal{A}_3 .
2. Definición de vectores ortogonales. Enunciado de los teoremas relativos a ortogonalidad.
3. Definición de base ortonormal.
4. Definición de producto vectorial. Interpretación geométrica. Fórmula de cálculo del producto vectorial en una base ortonormal.

CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

- ☐ En E_3 dadas dos rectas que se cruzan existe una única recta perpendicular y secante a ambas.
- ☐ En \mathcal{A}_3 un sistema de referencia está constituido por un punto cualquiera y 3 vectores l.i. (
- ☐ El subespacio ortogonal a una recta vectorial es otra recta ortogonal a la dada.
- ☐ Dados el plano $\pi \equiv 3x+y-z-1=0$ y la recta $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2}$, se verifica que r está contenida en π .

FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente a la determinación de la condiciones de paralelismo y perpendicularidad que contenga las siguientes fórmulas:

- **PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD**
 - Vector \perp a un plano.
 - Vector \parallel a una recta.
 - Condición de perpendicularidad entre dos planos.
 - Condición de paralelismo entre dos planos.
 - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.
 - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.

PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos “a mano” aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)

1. Probar que los planos siguientes forman un haz de planos.

$$\begin{cases} 3x - 4y + 7z + 2 = 0 \\ x - 6y + 11z - 4 = 0 \\ x + y - 2z + 3 = 0 \end{cases}$$

2. Hallar los valores reales de a y b para los cuales la recta .

$$\frac{x-1}{a} = \frac{y+2}{b} = \frac{z+3}{5}, \text{ es perpendicular al plano } 2x+5y-7z+4=0.$$

3. Hallar el ángulo que forman los planos siguientes y calcular sus planos bisectores:.

$$\pi \equiv x + y - 3z = -1, \quad \pi' \equiv 2x - 3y + 2z = -1$$

4. Comprobar que las dos rectas siguientes se cruzan y halla la perpendicular común y la distancia entre ellas.

$$r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-6}{-2}, \quad s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{2}$$

CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En \mathcal{A}_3 se consideran los puntos siguientes:

O(1,1,1), A(2,1,1), B(2,0,2), C(1,3,1) y O'(1,0,1), A'(1,1,1), B'(-1,1,1), C'(1,-1,3)

- Probar $R = \{O, A, B, C\}$, $R' = \{O', A', B', C'\}$ son dos referencias de \mathcal{A}_3 .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R a R' .
- Si $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ es la ecuación de una superficie en la referencia R , hallar la ecuación de dicha superficie en R' .

2. En \mathcal{A}_3 Se consideran las siguientes referencias $R = \{O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, $R' = \{O', \vec{u}', \vec{v}', \vec{w}'\}$ donde

$$\overrightarrow{OO'} = \vec{u} + \vec{v} - \vec{w}, \quad \vec{u}' = -\vec{u} + \vec{w}, \quad \vec{v}' = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}, \quad \vec{w}' = \vec{u} + \vec{v}. \text{ Se pide:}$$

- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R a R' .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R' a R .
- Si $x+2y-z=1$ es la ecuación de un plano en la referencia R , hallar la ecuación de dicho plano en R' .