TRABAJO Nº2 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

***Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes: MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN***

**Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.**

| |
|---|
| **APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:** |

| |
|---|
| **APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:** |

**GRUPO:**

| | |
|---|---|
| **Nº aproximado de horas de trabajo:** | |
| **Primer alumno** | **Segundo alumno** |

## TEORÍA

1. Sistema de referencia afín. Definición de vector de posición y de coordenadas de un punto.
2. Definición de vectores ortogonales. Enunciado de los teoremas relativos a ortogonalidad.
3. Definición de producto vectorial. Interpretación geométrica. Fórmula de cálculo del producto vectorial en una base ortonormal.
4. Definición de distancia en un espacio métrico. Propiedades. Definición de distancia en el espacio métrico $E_3$.

## CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

☐ En $\mathcal{A}_3$ un sistema de referencia está constituido por un punto cualquiera y 3 vectores l.i.

☐ El subespacio ortogonal a una recta vectorial es otra recta ortogonal a la dada.

☐ En $E_3$ dos rectas perpendiculares siempre se cortan

☐ Si $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$, entonces $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{0}$

## FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente a la determinación del paralelismo y perpendicularidad que contenga las siguientes fórmulas:

- PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD
  - Vector $\perp$ a un plano.
  - Vector || a una recta.
  - Condición de perpendicularidad entre dos planos.
  - Condición de paralelismo entre dos planos.
  - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.
  - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.

TRABAJO Nº2 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

## PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos "a mano" aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

***Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)***

1. Estudiar la posición relativa de las rectas

$$r\equiv\begin{cases} x = 1+\lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \qquad s\equiv\begin{cases} 3x+2y-z=1 \\ 2x-y+5z=8 \end{cases}$$

2. Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto A(1,1,1), es coplanaria con la recta

$$r\equiv\frac{x-1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$$, y es paralela al plano $\pi\equiv -x+2y+z=0$

3. Dadas las rectas de ecuaciones:

$$r\equiv\begin{cases} ax-2y=a-4 \\ 3x-2z=-3 \end{cases}, \quad s\equiv\begin{cases} 3x-az=3-4a \\ 3y-2z=-2 \end{cases}$$

   Determinar los valores de $a$ para que r y s sean paralelas y hallar la distancia entre ellas.

4. Comprobar que las dos rectas siguientes se cruzan y hallar la perpendicular común y la distancia entre ellas.

$$r\equiv\frac{x}{3}=\frac{y-7}{-2}=\frac{z-6}{-2}, \quad s\equiv\frac{x-1}{-2}=\frac{y-3}{1}=\frac{z-3}{2}$$

## CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En $\mathcal{A}_3$ Se consideran las siguientes referencias **R**=$\{O,\vec{u},\vec{v},\vec{w}\}$, **R'**=$\{O',\vec{u}',\vec{v}',\vec{w}'\}$ donde $\overrightarrow{OO'}=\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{u}'=-\vec{u}+2\vec{v}+\vec{w}$, $\vec{v}'=\vec{u}+\vec{v}-3\vec{w}$, $\vec{w}'=\vec{u}+\vec{w}$. Se pide:
   a) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R** a **R'**.
   b) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R'** a **R**.
   c) Si x+2y-z=1 es la ecuación de un plano en la referencia **R**, hallar la ecuación de dicho plano en **R'**.

2. En $\mathcal{A}_3$ se consideran los puntos siguientes:

   O(1,1,1), A(2,1,1), B(2,0,2), C(1,3,1) y O'(1,0,1), A'(1,1,1), B'(-1,1,1), C'(1,-1,2)
   a) Probar **R**=$\{O,A,B,C\}$, **R'**=$\{O',A',B',C'\}$ son dos referencias de $\mathcal{A}_3$.
   b) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R** a **R'**.
   c) Si $x^2+y^2+z^2=1$ es la ecuación de una superficie en la referencia **R**, hallar la ecuación de dicha superficie en **R'**.