

## TRABAJO N°4 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

*Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes:*

**MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN**

**Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.**

**APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:**

**APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:**

**GRUPO:**

**Nº aproximado de horas de trabajo:**

**Primer alumno**

**Segundo alumno**

### TEORÍA

1. Definición de Espacio Afín. Definición de Subespacio afín y tipos de subespacios afines en  $\mathcal{A}_3$ .
2. Definición de subespacio ortogonal a un subespacio vectorial dado. Enunciado de los teoremas más relevantes relativos a la definición anterior.
3. Definición de distancia en un espacio métrico. Propiedades. Definición de distancia en el espacio métrico  $E_3$ .
4. Definición de producto mixto. Interpretación geométrica. Fórmula de cálculo del producto mixto en una base ortonormal.

### CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

- ☐ En  $\mathbb{R}^3$  el subespacio ortogonal al plano  $2x+y-3z=0$  es la recta  $\langle (2,1,-3) \rangle$ .
- ☐ Dados el plano  $\pi \equiv 3x+y-z-1=0$  y la recta  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2}$ , se verifica que  $r$  está contenida en  $\pi$ .
- ☐ Si  $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$ , entonces  $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{0}$
- ☐ En  $\mathcal{A}_3$  un sistema de referencia está constituido por un punto cualquiera y 3 vectores l.i.

### FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente al cálculo de áreas y volúmenes que contenga las siguientes fórmulas:

- ÁREAS Y VOLÚMENES
  - Área de un paralelogramo de vértices A;B;C;D.
  - Área de un triángulo de vértices A;B;C.
  - Área de un polígono
  - Volumen de un paralelepípedo.
  - Volumen de un tetraedro.
  - Volumen de una pirámide.

## PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos “a mano” aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

*Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)*

1. Estudiar la posición relativa de los planos:

$$\pi_1 \equiv 3x + 2y - z = 1, \quad \pi_2 \equiv 2x - y + 5z = 8, \quad \pi_3 \equiv x - 4y + 11z = 15$$

2. Calcular el valor de k para que sean coplanarias las rectas siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 3 \end{cases}, \quad s \equiv \begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ -x + y - z + k = 0 \end{cases}.$$

Calcular el plano que las contiene.

3. Hallar el ángulo que forman los planos siguientes y calcular sus planos bisectores:.

$$\pi \equiv x + y - 3z = -1, \quad \pi' \equiv 2x - 3y + 2z = -1$$

4. Hallar los puntos de intersección de las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+3}{-4}, \quad s \equiv x-7 = y = \frac{z+2}{-4}$$

con su perpendicular común y hallar la distancia entre r y s

## CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En  $\mathcal{A}_3$  Se consideran las siguientes referencias  $R = \{O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ ,  $R' = \{O', \vec{u}', \vec{v}', \vec{w}'\}$  donde

$\vec{OO'} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ ,  $\vec{u'} = -\vec{u} + 2\vec{v} + 3\vec{w}$ ,  $\vec{v'} = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}$ ,  $\vec{w'} = \vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$ . Se pide:

- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R$  a  $R'$ .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R'$  a  $R$ .
- Si  $x+2y-z=1$  es la ecuación de un plano en la referencia  $R$ , hallar la ecuación de dicho plano en  $R'$ .

2. En  $\mathcal{A}_3$  se consideran los puntos siguientes:

$O(1,1,1)$ ,  $A(2,1,1)$ ,  $B(2,0,2)$ ,  $C(1,3,1)$  y  $O'(1,0,1)$ ,  $A'(1,1,1)$ ,  $B'(-1,1,1)$ ,  $D(1,-1,3)$

- Probar  $R = \{O, A, B, C\}$ ,  $R' = \{O', A', B', C'\}$  son dos referencias de  $\mathcal{A}_3$ .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R$  a  $R'$ .
- Si  $x^2+y^2+z^2=1$  es la ecuación de una superficie en la referencia  $R$ , hallar la ecuación de dicha superficie en  $R'$ .