TRABAJO Nº1 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes:
MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN
Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:

GRUPO:

Nº aproximado de horas de trabajo:	
Primer alumno	**Segundo alumno**

TEORÍA

1. Definición de Espacio Afín. Definición de Subespacio afín y tipos de subespacios afines en $\mathcal{A}_3$.
2. Definición de producto escalar. Enumeración de las principales propiedades.
3. Definición de base ortonormal.
4. Sistema de referencia ortonormal. Definición de coordenadas cartesianas rectangulares.

CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

☐ Si $\vec{x}, \vec{y}$ son vectores de R^3, entonces $\vec{x} \cdot \vec{y} \geq 0$.

☐ En E_3 dadas dos rectas que se cruzan existe una única recta perpendicular y secante a ambas.

☐ Dados el plano $\pi \equiv 3x+y-z-1=0$ y la recta $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2}$, se verifica que r está contenida en π.

☐ Si $\vec{x}$ es no nulo, entonces $\vec{x} \cdot \vec{x} > 0$

FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente al cálculo de ángulos que contenga las siguientes fórmulas:

- ÁNGULOS
  - Ángulo entre dos vectores
  - Ángulo entre dos planos
  - Ángulo entre dos rectas
  - Ángulo entre recta y plano

PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos "a mano" aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)

1. Estudiar la posición relativa de las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{-1}, \quad s \equiv (x,y,z) = (0,-1,-1) + \lambda(1,1,2)$$

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y se apoya en las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 2 - 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}, \quad s \equiv (x,y,z) = (4,-3,0) + \langle (5,4,1) \rangle$$

3. Hallar la proyección ortogonal del triángulo de vértices A(7,0,4), B(2,1,1), C(5,2,2) sobre el plano .

$$\begin{cases} x = 5\lambda - 4\mu \\ y = 3\lambda \\ z = 3\mu \end{cases} \quad \text{y calcular el área del triángulo resultante de la proyección}$$

4. Comprobar que las dos rectas siguientes se cruzan y hallar la perpendicular común y la distancia entre ellas.

$$r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-6}{-2}, \quad s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{2}$$

CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

5. En $\mathcal{A}_3$ Se consideran las siguientes referencias **R**=$\{O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, **R'**=$\{O', \vec{u}', \vec{v}', \vec{w}'\}$ donde $\overrightarrow{OO'} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$, $\overrightarrow{u'} = -\vec{u} + 2\vec{v} + 3\vec{w}$, $\overrightarrow{v'} = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}$, $\overrightarrow{w'} = \vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$. Se pide:
   a) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R** a **R'**.
   b) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R'** a **R**.
   c) Si x+2y-z=1 es la ecuación de un plano en la referencia **R**, hallar la ecuación de dicho plano en **R'**.

6. En $\mathcal{A}_3$ se consideran los puntos siguientes:

   O(1,1,1), A(2,1,1), B(2,2,2), C(1,3,1) y O'(1,0,1), A'(1,1,1), B'(-1,1,1), C'(2,-1,2)

   a) Probar **R**=$\{O, A, B, C\}$, **R'**=$\{O', A', B', C'\}$ son dos referencias de $\mathcal{A}_3$.
   b) Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia **R** a **R'**.
   c) Si $x^2+y^2+z^2=1$ es la ecuación de una superficie en la referencia **R**, hallar la ecuación de dicha superficie en **R'**.