

TRABAJO N°7 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes:

MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN

Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:

GRUPO:

Nº aproximado de horas de trabajo:

Primer alumno

Segundo alumno

TEORÍA

1. Definición de Espacio Afín. Definición de Subespacio afín y tipos de subespacios afines en \mathcal{A}_3 .
2. Definición de base ortonormal.
3. Definición de producto mixto. Interpretación geométrica. Fórmula de cálculo del producto mixto en una base ortonormal.
4. Sistema de referencia ortonormal. Definición de coordenadas cartesianas rectangulares.

CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

- ☐ En \mathcal{A}_3 un sistema de referencia está constituido por un punto cualquiera y 3 vectores l.i.
- ☐ Dados el plano $\pi \equiv 3x+y-z-1=0$ y la recta $\frac{x-1}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-2}$, se verifica que r está contenida en π .
- ☐ Si \vec{x}, \vec{y} son vectores de \mathbb{R}^3 , entonces $\vec{x} \cdot \vec{y} \geq 0$.
- ☐ Si \vec{x} es no nulo, entonces $\vec{x} \cdot \vec{x} > 0$.

FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente al cálculo de distancias que contenga las siguientes fórmulas:

- CÁLCULO DE DISTANCIAS
 - Distancia entre dos puntos.
 - Distancia de un punto a un plano.
 - Distancia de un punto a una recta.
 - Distancia entre dos planos paralelos.
 - Distancia entre dos rectas paralelas
 - Distancia entre dos rectas que se cruzan.

PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos “a mano” aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)

1. Hallar los puntos de intersección de las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+3}{-4}, \quad s \equiv x-7 = y = \frac{z+2}{-4}$$

con su perpendicular común y hallar la distancia entre r y s.

2. Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen y se apoya en las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x = -1 + \lambda \\ y = 2 - 3\lambda \\ z = \lambda \end{cases}, \quad s \equiv (x,y,z) = (4,-3,0) + \langle (5,4,1) \rangle$$

3. Estudiar la posición relativa de los planos.

$$\pi_1 \equiv \begin{cases} x = 2 - 2\lambda + \mu \\ y = \lambda \\ z = \mu \end{cases}, \quad \pi_2 \equiv \begin{cases} x = \lambda \\ y = \mu \\ z = 6 - 3\lambda + 2\mu \end{cases}, \quad \pi_3 \equiv \begin{cases} x = 2\lambda \\ y = \mu \\ z = 5 - 5\lambda + 2\mu \end{cases}$$

4. Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto A(1,1,1), es coplanaria con la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}, \text{ y es paralela al plano } \pi \equiv -x+2y+z=0$$

CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En \mathcal{A}_3 se consideran los puntos siguientes:

O(1,1,1), A(2,1,1), B(2,2,2), C(1,3,1) y O'(1,0,1), A'(1,1,1), B'(-1,1,1), D(2,-1,2)

- Probar $R = \{O, A, B, C\}$, $R' = \{O', A', B', C'\}$ son dos referencias de \mathcal{A}_3 .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R a R'.
- Si $x^2+y^2+z^2=1$ es la ecuación de una superficie en la referencia R, hallar la ecuación de dicha superficie en R'.

2. En \mathcal{A}_3 Se consideran las siguientes referencias $R = \{O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, $R' = \{O', \vec{u}', \vec{v}', \vec{w}'\}$ donde

$\overrightarrow{OO'} = \vec{u} + \vec{v} - \vec{w}$, $\vec{u}' = -\vec{u} + \vec{w}$, $\vec{v}' = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}$, $\vec{w}' = \vec{u} + \vec{v}$. Se pide:

- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R a R'.
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R' a R.
- Si $x+2y-z=1$ es la ecuación de un plano en la referencia R, hallar la ecuación de dicho plano en R'.