

TRABAJO Nº11 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes:

MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN

Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:

APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:

GRUPO:

Nº aproximado de horas de trabajo:

Primer alumno

Segundo alumno

TEORÍA

1. Sistema de referencia afín. Definición de vector de posición y de coordenadas de un punto.
2. Definición de subespacios ortogonales. Enunciado de los teoremas relativos a ortogonalidad.
3. Definición de distancia en un espacio métrico. Propiedades. Definición de distancia en el espacio métrico E_3 .
4. Sistema de referencia ortonormal. Definición de coordenadas cartesianas rectangulares.

CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

- ☐ Si \vec{x} es no nulo, entonces $\vec{x} \cdot \vec{x} > 0$.
- ☐ En \mathcal{A}_3 un sistema de referencia está constituido por un punto cualquiera y 3 vectores l.i.
- ☐ Dados el plano $\pi \equiv 3x+y-z+1=0$ y la recta $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-2}$, se verifica que r está contenida en π .
- ☐ Si $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$, entonces $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{0}$.

FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente al cálculo de distancias que contenga las siguientes fórmulas:

- CÁLCULO DE DISTANCIAS
 - Distancia entre dos puntos.
 - Distancia de un punto a un plano.
 - Distancia de un punto a una recta.
 - Distancia entre dos planos paralelos.
 - Distancia entre dos rectas paralelas
 - Distancia entre dos rectas que se cruzan.

PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos “a mano” aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)

1. Dados los planos de ecuaciones $\pi_1 \equiv ax + 9y - 3z = 8$ y $\pi_2 \equiv x + ay - z = 0$, se pide hallar el valor de a para que los planos:

- sean paralelos
- sean perpendiculares

2. Calcular el valor de k para que sean coplanarias las rectas siguientes:

$$r \equiv \begin{cases} x + 3y - z = 0 \\ 2x - y + 3z = 3 \end{cases}, \quad s \equiv \begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ -x + y - z + k = 0 \end{cases}.$$

Calcular el plano que las contiene.

3. Estudiar la posición relativa de las rectas:

$$r \equiv \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}, \quad s \equiv \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-1}$$

4. Hallar los puntos de intersección de las rectas:

$$r \equiv \frac{x}{2} = \frac{y-6}{3} = \frac{z+3}{-4}, \quad s \equiv x-7 = y = \frac{z+2}{-4}$$

con su perpendicular común y hallar la distancia entre r y s .

CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En \mathcal{A}_3 Se consideran las siguientes referencias $R = \{O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$, $R' = \{O', \vec{u}', \vec{v}', \vec{w}'\}$ donde

$\vec{OO'} = -\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$, $\vec{u'} = -\vec{u} + 2\vec{v} + 3\vec{w}$, $\vec{v'} = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}$, $\vec{w'} = \vec{u} - 2\vec{v} + \vec{w}$. Se pide:

- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R a R' .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R' a R .
- Si $x+2y-z=1$ es la ecuación de un plano en la referencia R , hallar la ecuación de dicho plano en R' .

2. En \mathcal{A}_3 se consideran los puntos siguientes:

$O(1,1,1)$, $A(2,1,1)$, $B(2,2,2)$, $C(1,3,1)$ y $O'(1,0,1)$, $A'(1,1,1)$, $B'(-1,1,1)$, $C'(2,-1,2)$

- Probar $R = \{O, A, B, C\}$, $R' = \{O', A', B', C'\}$ son dos referencias de \mathcal{A}_3 .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia R a R' .
- Si $x^2+y^2+z^2=1$ es la ecuación de una superficie en la referencia R , hallar la ecuación de dicha superficie en R' .