

## TRABAJO N°3 DEL TEMA ESPACIO EUCLÍDEO

*Este trabajo se entregará preferentemente antes del día 14 a los profesores siguientes:*

**MANUEL BARRERO , o bien, ÁNGELES CASTEJÓN**

**Se puede realizar individualmente (un alumno) o bien por una pareja de alumnos del mismo grupo.**

**APELLIDOS Y NOMBRE DEL 1º ALUMNO:**

**APELLIDOS Y NOMBRE DEL 2º ALUMNO:**

**GRUPO:**

**Nº aproximado de horas de trabajo:**

**Primer alumno**

**Segundo alumno**

### TEORÍA

1. Definición de subespacios ortogonales. Enunciado de los teoremas relativos a ortogonalidad.
2. Definición de base ortonormal.
3. Definición de distancia en un espacio métrico. Propiedades. Definición de distancia en el espacio métrico  $E_3$ .
4. Sistema de referencia ortonormal. Definición de coordenadas cartesianas rectangulares.

### CUESTIONES DE VERDADERO O FALSO

- ☐ En  $\mathcal{A}_3$  un sistema de referencia está constituido por un punto cualquiera y 3 vectores l.i.
- ☐ El subespacio ortogonal a una recta vectorial es otra recta ortogonal a la dada.
- ☐ En  $E_3$  dos rectas perpendiculares siempre se cortan
- ☐ Si  $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{w}$ , entonces  $\vec{u} \cdot \vec{w} = \vec{0}$

### FORMULARIO

Haz un resumen de la parte del tema de Espacio Euclídeo correspondiente a la determinación del paralelismo y perpendicularidad que contenga las siguientes fórmulas:

- **PARALELISMO Y PERPENDICULARIDAD**
  - Vector  $\perp$  a un plano.
  - Vector  $\parallel$  a una recta.
  - Condición de perpendicularidad entre dos planos.
  - Condición de paralelismo entre dos planos.
  - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.
  - Condición de perpendicularidad entre dos rectas.

## PROBLEMAS

Los problemas siguientes se entregarán escritos “a mano” aunque para los cálculos se puede utilizar DERIVE.

*Para considerarlos bien realizados hay que justificar debidamente los pasos que se den (coherentemente con el planteamiento del problema o ejercicio)*

1. Estudiar la posición relativa de las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases} \quad s \equiv \begin{cases} 3x + 2y - z = 1 \\ 2x - y + 5z = 8 \end{cases}$$

2. Hallar la ecuación de una recta que pasa por el punto A(1,1,1), es coplanaria con la recta

$$r \equiv \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{3}, \text{ y es paralela al plano } \pi \equiv -x+2y+z=0$$

3. Dadas las rectas de ecuaciones:

$$r \equiv \begin{cases} ax - 2y = a - 4 \\ 3x - 2z = -3 \end{cases}, \quad s \equiv \begin{cases} 3x - az = 3 - 4a \\ 3y - 2z = -2 \end{cases}$$

Determinar los valores de  $a$  para que  $r$  y  $s$  sean paralelas y hallar la distancia entre ellas.

4. Comprobar que las dos rectas siguientes se cruzan y hallar la perpendicular común y la distancia entre ellas.

$$r \equiv \frac{x}{3} = \frac{y-7}{-2} = \frac{z-6}{-2}, \quad s \equiv \frac{x-1}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{2}$$

## CAMBIO DEL SISTEMA DE REFERENCIA

1. En  $\mathcal{A}_3$  Se consideran las siguientes referencias  $R = \{O, \vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ ,  $R' = \{O', \vec{u}', \vec{v}', \vec{w}'\}$  donde

$\vec{OO'} = \vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ ,  $\vec{u'} = -\vec{u} + 2\vec{v} + \vec{w}$ ,  $\vec{v'} = \vec{u} + \vec{v} - 3\vec{w}$ ,  $\vec{w'} = \vec{u} + \vec{w}$ . Se pide:

- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R$  a  $R'$ .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R'$  a  $R$ .
- Si  $x+2y-z=1$  es la ecuación de un plano en la referencia  $R$ , hallar la ecuación de dicho plano en  $R'$ .

(2,

2. En  $\mathcal{A}_3$  se consideran los puntos siguientes:

$O(1,1,1)$ ,  $A(2,1,1)$ ,  $B(2,0,2)$ ,  $C(1,3,1)$  y  $O'(1,0,1)$ ,  $A'(1,1,1)$ ,  $B'(-1,1,1)$ ,  $C'(1,-1,2)$

- Probar  $R = \{O, A, B, C\}$ ,  $R' = \{O', A', B', C'\}$  son dos referencias de  $\mathcal{A}_3$ .
- Hallar las ecuaciones del cambio de la referencia  $R$  a  $R'$ .
- Si  $x^2+y^2+z^2=1$  es la ecuación de una superficie en la referencia  $R$ , hallar la ecuación de dicha superficie en  $R'$ .